

Temat: Obliczanie wartości wielomianu

1. Postać ogólna wielomianu:

$$W(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$$

$$\text{Ilość mnożeń} = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1+n}{2} * n = \frac{1}{2} * n + \frac{1}{2} * n^2$$

2. Postać przekształcona, schemat Hornera

$$W(x) = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + \dots + x(a_{n-2} + x(a_{n-1} + xa_n)) \dots)).$$

$$\text{Ilość mnożeń} = n$$

3. Przykład: (bez schematu Hornera)

$$w(x) = 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 5x + 6$$

$$w(2) = 2 \cdot 2^4 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 + 6 = 32 + 24 + 16 + 10 + 6 = 88$$

$$\text{Ilość mnożeń} = 4 + 3 + 2 + 1 = 10$$

4. Przykład: (schemat Hornera)

$$w(x) = 2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 5x + 6$$

$$w(x) = (((2x+3)x+4)x+5)x+6$$

$$w(2) = (((2 \cdot 2 + 3) \cdot 2 + 4) \cdot 2 + 5) \cdot 2 + 6 = 88$$

$$\text{Ilość mnożeń} = 4$$

5. Algorytm

Dane: współczynniki wielomianu, x

Wynik: w – wartość wielomianu w(x)

Krok1: w=wsp[0]

Krok2: for i in range(1,len(wsp)):

$$w = w * x + \text{wsp}[i]$$

6. Zastosowanie: zamiana systemu o podstawie p na system dziesiętny

$$(112233)_4 = 1 \cdot 4^5 + 1 \cdot 4^4 + 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0 = 1455$$